

第一小題---覺察矛盾

題目 1.蜘蛛一直來回在 AB 邊上爬行，想要找尋最佳的停留位置，讓吐出的絲能圍出最大的範圍(所圍的三 角形面積)，最後蜘蛛認為停在 AB 的中間可圍出最大面積，你同意嗎？

得分率 1.

全部	0分	1分	2分	空白	
人數	116	180	93	1	390
百分比	29.7%	46.2%	23.8%	0.3%	

評分規準 1.

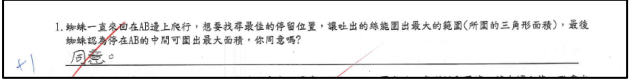
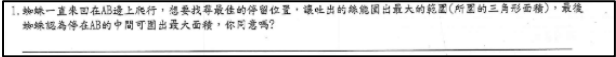
察覺矛盾	
想法1:不同意，蜘蛛以正方形AB邊上任一點為頂點圍出的三角形面積都一樣大。	
說法2：其他正確的想法	

空白0分
同意 1分
不同意 2分

- **整體表現:** 在察覺矛盾這一環節，學生的表現相對較好。
- **部分得分情形:** 將近一半的學生（46.2%）獲得了 1 分。這表示大多數學生能夠對問題（蜘蛛認為停在 AB 中間可圍出最大面積）產生質疑或至少有部分正確的想法。
- **最高得分情形:** 有近四分之一的學生（23.8%，93 人）獲得了該部分的最高分 2 分。這意味著約有七成的學生（46.2% + 23.8% = 70.0%）至少能部分或完全察覺到原始說法中存在的矛盾或錯誤假設

錯誤類型質性分析 1.

此題的正確答案是「不同意」。學生的錯誤主要在於無法察覺「中間面積最大」這個直觀的錯誤主張的矛盾之處

錯誤類型	錯誤描述	範例及佐證（部分學生作答）
類型 1：直觀迷思（面積最大化誤解）	學生錯誤地同意蜘蛛的主張，認為停在中間點會使得面積最大。這反映了學生未能應用「底和高固定」的幾何原理，可能依賴視覺判斷或誤以為三角形的中線會導致最大高度或面積。	範例：同意。 
類型 2：表達不確定/缺答	學生未作答或表示不知道，顯示其對基礎幾何原理的判斷能力不足。	範例：不知道。空白。 

類型 3：矛盾迴避

雖然選擇了「不同意」，但可能只是猜測，未在 Q2.3 提供有效理由，顯示其察覺矛盾的能力薄弱。

許多回答「不同意」但 Q2.3 理由不正確的學生屬於此類

問題系列：

1. 蜘蛛一直來回在AB邊上爬行，想去找尋最佳的停留位置，讓吐出的絲能圍出最大的範圍(所圍的三角形面積)。最後蜘蛛認為它在AB的中間可圍出最大面積，你同意嗎？

不同意

2. 若同意或不同意，請在下面的正方形土地上畫出以AB邊上任何一點，圍成的三角形活動區域，請在AB上找一點畫出蜘蛛圍出的三角形。



3. 請解釋你畫出的活動區域確實和蜘蛛停在AB中間圍出的三角形範圍面積是一樣大，理由是：

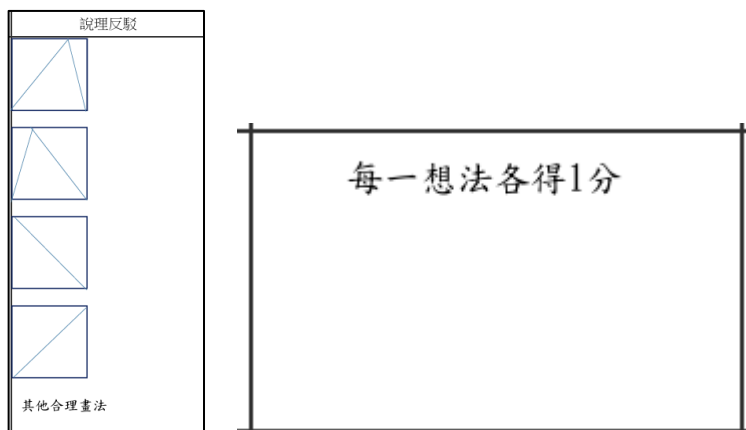
第二小題---說理反駁

題目 2. 若同意或不同意，請在下面的正方形土地上畫出以 **AB** 邊上任何一點，圍成的三角形活動區域，請在 **AB** 上找一點畫出蜘蛛圍出的三角形。

得分率 2.

全部	0分	1分	2分	3分	空白	
人數	182	200	6	1	1	390
百分比	46.7%	51.3%	1.5%	0.3%	0.3%	

評分規準 2.



- **整體表現與兩極分化:** 這個部分顯示出明顯的兩極分化。
- **部分得分佔多數:** 超過半數的學生（51.3%）獲得了 1 分。這說明學生在嘗試提出自己的想法（例如：不同意，蜘蛛以 **AB** 邊上任一點為頂點圍出的三角形面積都一樣大）時，通常可以達成最低的得分要求。
- **高分率極低:** 然而，能夠獲得 2 分或 3 分的學生極少，合計僅佔 1.8%（1.5% + 0.3%）。這顯示學生在清晰且完整地闡述「說理反駁」的具體內容時，存在較大的困難

錯誤類型質性分析 2.

此題要求學生畫出一個**非中心點**的三角形來驗證面積恆定性。此處的錯誤多為操作性錯誤或理解錯誤。

錯誤類型	錯誤描述	範例及佐證 (部分學生作答)
類型 4：繪圖缺失或無視要求	學生完全未作圖，或雖然作了 Q2.1 的回答，但未進行幾何操作驗證，顯示缺乏應用技能。	範例：空白。

第三小題-判斷有效性

題目 3.請解釋你畫出的活動區域確實和蜘蛛停在 AB 中間圍出的三角形範圍面積是一樣大，理由是：

得分率 3.

全部	0分	1分	2分	空白	
人數	301	34	54	1	390
百分比	77.2%	8.7%	13.8%	0.3%	

評分規準 3.

判斷有效性

畫出以正方形邊AB上任一點為頂點的任意三角形

A

B

理由：

說法1：

底都是一樣是，高也都一樣，所以面積都一樣，都是正方形面積的一半。

說法2：

把圍出的三角形沿著高分成兩塊小三角形，左邊的三角形是左邊長方形的一半，右邊三角形是右邊長方形的一半，所以三角形的總面積是正方形的一半

說法3:其他合理的說法

① 理由不對，得0分。

② 理由不完整，得1分。

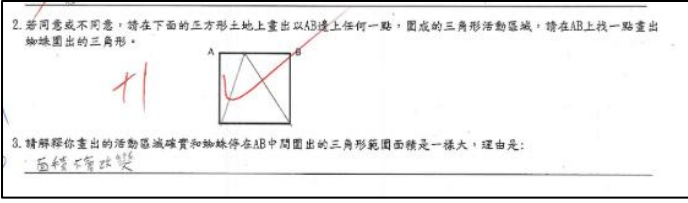
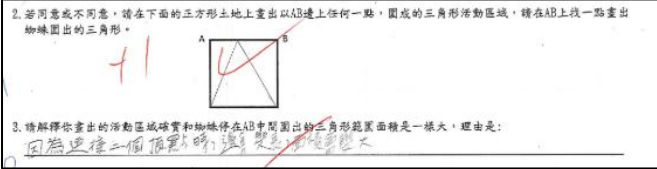
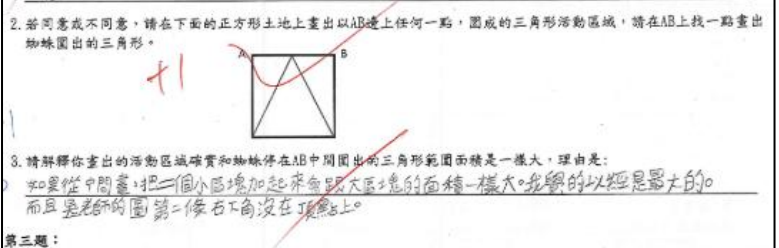
③ 理由完整如說法1、2，得2分。

- **整體表現極差:** 這是三個子項目中學生表現最弱的一項。
- **大量零分:** 絕大多數學生（77.2%）獲得 0 分。這表明超過四分之三的學生未能正確地畫出圖形並提供合理的理由，或者未能滿足「正確畫出且理由對」的評分規準。
- **有效性判斷困難:** 雖然有 13.8% 的學生獲得了 2 分（可能達到了「正確畫出且理由對」的某些標準，雖然評分規準中提到正確畫出且理由對可以得 3 分，但在該組得分數據中最高為 2 分），但這項結果強烈暗示學生在將數學概念（發現底和高相等的三角形，其面積也相等）轉化為**有效的圖形解釋和數學證明**時面臨顯著挑戰

錯誤類型質性分析 3.

此題要求學生提供數學原理來支持面積相等的結論。此處的錯誤類型反映了對幾何公式和面積守恆原理理解的不足。

錯誤類型	錯誤描述	範例及佐證（部分學生作答）
------	------	---------------

<p>類型 5：僅提比例，缺乏原理（底高原理缺失）</p>	<p>學生知道面積是正方形面積的固定比例（一半），但無法明確指出是「底」和「高」不變的原理。這雖然在計算上正確，但在幾何說理上不夠完整。</p>	<p>範例：「都是正方形面積的一半」。</p> 
<p>類型 6：解釋模糊或循環論證</p>	<p>理由過於籠統、模糊，或使用結論來解釋結論，缺乏數學邏輯支持。</p>	<p>範例：「因為它面積一樣大」。範例：「因為範圍大不會有影響」。</p>  <p>範例：「因為邊長一樣長」（只提到邊長，未提高度）。</p>
<p>類型 7：錯誤的幾何描述</p>	<p>學生試圖描述幾何變化，但未抓住核心的面積恆定性原理，可能聚焦於周長或角度的變化。</p>	<p>範例：「因為移動一個頂點，邊長會變長，另一邊會變短，但是將兩個三角形...」（雖然描述了邊長變化，但未能解釋面積守恒）。範例：「因為 A、B、C 三個頂點可以圍出一個三角形，而這個三個角的面積...」（描述了構成，但未能解釋等面積原因）。</p> 
<p>類型 8：缺乏說理/缺答</p>	<p>學生在 Q2.1 雖然可能回答正確，但未能提供任何有效或可辨識的數學理由。</p>	<p>範例：空白。範例：「只是看圖來猜的而已」（承認缺乏數學依據）。範例：「不一定一樣大，我猜的」。</p> 

總結分析

從得分數據來看，學生在批判性思考的三個層次中，呈現出層次越高、得分越困難的趨勢：

- 察覺矛盾（Q1）：** 學生較擅長，能辨認出問題前提的錯誤。
- 說理反駁（Q2 Part 1）：** 學生能提出初步的想法（1 分率高），但在論述的嚴謹性或完整性上不足（高分率極低）。
- 判斷有效性（Q2 Part 2）：** 這是最困難的部分，高達 77.2% 的學生無法提供有效的圖形輔助解釋或正確的理由來支撐反駁觀點，顯示學生難以運用其對「三角形面積公式」的理解進行數學化和推理